

基于重叠Ket增强和张量列车的非平衡频谱制图算法

王欣^{1,2}, 申滨^{1,2*}, 黄晓舸^{1,2}

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065; 2. 移动通信技术重庆市重点实验室, 重庆 400065)

摘要: 近年来, 基于张量补全的频谱制图得到了广泛研究. 目前用于频谱制图的张量补全算法大多隐含地假设张量具有平衡特性, 而对于非平衡张量, 难以利用其低秩性估计完整的张量信息, 导致补全算法性能受损. 本文提出基于重叠Ket增强(Overlapping Ket Augmentation, OKA)和张量列车(Tensor Train, TT)的非平衡频谱制图算法, 以解决非平衡张量在应用传统张量补全算法时性能下降的问题. 首先使用OKA将低阶高维张量表示为高阶低维张量, 在无信息损耗的情况下解决非平衡张量无法利用其低秩性进行张量补全的问题; 然后使用TT矩阵化得到较平衡的矩阵, 在维度较平衡条件下提高补全算法的精确度; 最后利用高阶低维张量的低秩性, 使用并行矩阵分解或基于F范数的无奇异值分解(Singular Value Decomposition Free, SVDFree)算法完成张量补全. 仿真结果表明, 针对非平衡张量, 所提方案与现有的张量补全算法相比, 可以获得更精确的无线电地图, 同时所提SVDFree算法具有更低的计算复杂度.

关键词: 频谱制图; 张量补全; 张量列车; 重叠Ket增强; 并行矩阵分解; 奇异值分解

基金项目: 国家自然科学基金(No.62371082)

中图分类号: TN929.5; TP181

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(2024)07-2468-09

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20240004

Unbalanced Spectrum Cartography Algorithm Based on Overlapping Ket Augmentation and Tensor Train

WANG Xin^{1,2}, SHEN Bin^{1,2*}, HUANG Xiao-ge^{1,2}

(1. School of Communications and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China;

2. Chongqing Key Laboratory of Mobile Communications Technology, Chongqing 400065, China)

Abstract: Spectrum cartography based on tensor completion algorithms has been widely studied in recent years. Most of the current tensor completion algorithms for spectrum cartography implicitly assume that the tensor is balanced. It may not be possible to take advantage of unbalanced tensors' low-rank nature to estimate the entire tensor information, leading to performance degradation. This paper proposes an unbalanced spectrum cartography algorithm based on overlapping Ket augmentation (OKA) and tensor train (TT) to address the performance degradation of unbalanced tensors when applying traditional tensor completion algorithms. Firstly, OKA is used to represent the low-order high-dimensional tensor as a high-order low-dimensional tensor, which solves the problem that the unbalanced tensor is unable to utilize its low-rank nature for tensor completion without information loss. Secondly, the use of TT matricization to obtain more balanced matrices improves the accuracy of the completion algorithm under more balanced dimensionality conditions. Finally, using the low-rank nature of the high-order low-dimensional tensor, the tensor completion is accomplished using the parallel matrix factorization or Frobenius norm based singular value decomposition free (SVDFree) algorithm. Simulation results show that for unbalanced tensors, the proposed scheme can obtain more accurate radio maps compared to existing tensor completion algorithms, while the proposed SVDFree algorithm has lower computing complexity.

Key words: spectrum cartography; tensor completion; tensor train; overlapping Ket augmentation; parallel matrix factorization; singular value decomposition

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.62371082)

1 引言

无线电频谱资源是支撑国民经济、社会发展和国防建设的稀缺资源,随着陆、海、空、天、网等多域电磁频谱环境交叠耦合,电磁环境呈现出环境多域、态势多维、信号密集的复杂特性^[1]. 无线电地图(Radio Map, RM)是电磁频谱态势的一种有效呈现形式,可以从时间、空间、频率和能量等多个阶层和维度对电磁环境进行定量描述,广泛应用于动态频谱接入^[2]、室内定位^[3]、资源管理^[4]等. 频谱制图(spectrum cartography)旨在从目标频段和目标地理区域获得的稀疏观测样本中,以数据补充的方式构建多维RM,从而通过提供特定区域内精确的射频环境信息以提高系统频谱效率^[5].

现有频谱制图技术大概可以分为三类:(1)基于插值的方法. 早期基于插值的频谱制图可以恢复单频段RM,即完成空间上的RM恢复^[6,7]. 文献[8]所提方案可以完成空间和多频段上的RM恢复,但其仅允许目标地理区域中存在单辐射源. 由于所提方案假设阴影衰落弱平稳,当多个辐射源共存时,辐射源间干扰可能会打破平稳性.(2)基于深度学习的方法. 文献[9]所提方案可以恢复单频段的RM,但是必须依赖观测数据和对应的辐射源传输模式标签. 文献[10]所提算法利用自编码器神经网络恢复多频段RM. 文献[11]所提方案利用深度神经网络拟合每个辐射源的空间损耗场函数,进而恢复多频段RM. 总体上看,基于深度学习的方法普遍存在高质量标签样本数量稀缺和解释性不足的问题,常常导致无法使用深度学习方法进行训练,或拟合的传播方式可能不符合实际规律等问题,从而生成补充结果不符合实际的RM^[12]. (3)张量补全算法. 近年来,基于张量补全的数据恢复得到了广泛应用,例如,地震数据恢复^[13]、全网吞吐量数据恢复^[14]和交通流预测^[15]. 用于频谱制图的张量补全算法包括观测样本中无异常值的张量补全算法^[16-18]和观测样本中存在异常值的张量补全算法^[19,20]. 张量补全算法不限制目标区域辐射源数量,可以恢复多频段RM,并且张量补全算法只利用观测数据进行补充,无需数据标签辅助,结果可解释性强,因此近年来得到了广泛的研究.

张量补全算法是矩阵补全算法的推广,其核心思想是利用矩阵的低秩性估计完整的张量信息^[21],因此对具有相近行数和列数的平衡矩阵有用. 对于行数和列数不相近的非平衡矩阵,其秩可能为 $\min\{m, n\}$ (m 和 n 分别为矩阵的行数和列数),无法利用矩阵的低秩性估计完整的张量信息,导致张量补全算法性能下降. 对于非平衡张量,与广泛使用的压缩感知技术类似,可能需要观测几乎所有的数据才能获得完整的张量信息^[22],因此基于非平衡张量的补全算法是一个巨大的挑战. 为了规避此难题,目前用于频谱制图的张量补全

算法一般都隐含地假设张量是平衡的,现有频谱制图算法尚未发现基于非平衡张量的补全算法. 然而,在实际频谱监测中,由于在时间、频段、空间等观测域之间可能存在的巨大维度差异,往往获得的是非平衡频谱张量,由此非平衡频谱张量条件下的数据补全就成为频谱制图方法中一个亟待解决的问题.

非平衡频谱张量固有的低秩特性会导致张量补全算法生成RM时准确度下降. 受图像处理中广泛应用的重叠Ket增强(Overlapping Ket Augmentation, OKA)算法的启发,本文针对上述问题提出基于OKA和张量列车(Tensor Train, TT)的补全算法,以完成非平衡频谱张量条件下的RM数据补全目标. 仿真结果表明,针对非平衡频谱张量,所提方案与现有的张量补全算法相比,可以获得更精确的无线电地图,同时所提基于F范数的无奇异值分解(Singular Value Decomposition Free, SVD-Free)算法具有更低的计算复杂度.

2 系统模型

本文将RM所关注的目标地理区域划分为 $P \times Q$ 个等面积的网格,目标地理区域中存在 R 个辐射源,且辐射源在 K 个频段上发送信号. 目标地理区域的坐标用复数表示,即坐标 (l_x, l_y) 记为复数 $l = l_x + jl_y$,其中 $j = \sqrt{-1}$ 是虚数单位. 辐射源位置为 $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_R)^T = (v_{1x} + jv_{1y}, v_{2x} + jv_{2y}, \dots, v_{Rx} + jv_{Ry})^T \in \mathbb{C}^R$. 假设 M 个频谱观测传感器随机分布在目标地理区域中,则位于空间位置 (p, q) 处的传感器 ζ 在频段 k 的接收信号功率表示为

$$z_{pqk} = \phi(\zeta) \sum_{r=1}^R a_{rk} f(\zeta, v_r) + \delta \quad (1)$$

其中, a_{rk} 是辐射源 r 在频段 k 的发射功率, δ 是误差项,包括噪声功率、模型误差以及传感器的量化误差等, $f(\zeta, v_r)$ 是辐射源 v_r 到传感器 ζ 之间的路径损耗, $\phi(\zeta)$ 表示传感器位置 ζ 处的阴影衰落.

观测区域内无线信号传输路径损耗函数 $f(\cdot, \cdot)$ 表示为

$$f(\zeta, v_r) = \begin{cases} 1, & \text{if } d_r \leq d_0 \\ (d_0/d_r)^b, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

其中, $d_r = |\zeta - v_r| = \sqrt{(\zeta_x - v_{rx})^2 + (\zeta_y - v_{ry})^2}$ 表示传感器 ζ 到辐射源 v_r 的距离, d_0 是天线远场参考距离, b 是路径损耗指数.

阴影衰落 $\phi(\zeta)$ 的统计特性建模为与空间距离相关的对数正态分布,即以 $\phi(\zeta)$ 的dB值 $\phi_{\text{dB}}(\zeta) = 10 \log_{10} \phi(\zeta)$ 为均值, σ_{dB} 为标准差的高斯随机变量,其自相关函数为

$$E[\phi_{\text{dB}}(\zeta) \phi_{\text{dB}}(\zeta')] = \sigma_{\text{dB}}^2 \exp\left(-\frac{|\zeta - \zeta'|}{X_C}\right) \quad (3)$$

其中, X_C 是去相关距离,其取值近似等于障碍物群体的

大小.

根据式(1)可获得传感器在目标地理区域 K 个频段上的接收信号功率,用三阶频谱张量 $\mathbf{Z}(:,:,k) \in \mathbb{R}^{P \times Q \times K}$ 表示. 目标地理区域在第 k 个频段上的接收信号功率,表示为

$$\mathbf{Z}(:,:,k) = \begin{pmatrix} z_{11k} & z_{12k} & \cdots & z_{1Qk} \\ z_{21k} & z_{22k} & \cdots & z_{2Qk} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{P1k} & z_{P2k} & \cdots & z_{PQk} \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中, z_{pqk} 表示在空间位置 (p,q) 处所观察到的第 k 个频段上的信号功率. 若在空间位置 (p,q) 处不存在传感器,则 $z_{pqk}=0$,即频谱张量 \mathbf{Z} 存在缺失值. 由此,采样率 ρ 可以定义为

$$\rho = \frac{M}{P \times Q} \quad (5)$$

对于 N 阶频谱张量 $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N}$, N 的取值决定了频谱张量的高低阶特性, I_n 的取值决定了频谱张量的高低维特性. 频谱张量 \mathbf{Z} 的非平衡度表示为

$$\mu = \frac{\max_{n \in \{1,2,\dots,N\}} I_n}{\min_{n \in \{1,2,\dots,N\}} I_n} \quad (6)$$

当非平衡度 $\mu \gg 1$ 时,频谱张量 \mathbf{Z} 是非平衡频谱张量.

3 所提算法

由式(4)可知,观测的频谱数据可以按照二维地理空间、频段表示为三阶频谱张量,因此频谱制图任务属于张量补全的范畴. 针对非平衡频谱张量固有的低秩特性所导致的张量补全算法性能下降的问题,本节提出基于OKA和TT的非平衡频谱张量补全算法.

3.1 OKA算法

非平衡频谱张量固有的低秩特性会导致传统的张量补全算法性能下降. 本节使用OKA算法将低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 表示为高阶低维频谱张量 \mathbf{X} ,在无信息损耗的情况下解决非平衡频谱张量无法利用其低秩性进行张量补全的问题. OKA算法可以获得粗粒度纹理之间的相关性,即OKA算法使频谱张量展开的相关性表现为扫描自上而下各级矩阵块之间的相关性,因此可以利用该相关性完成张量补全.

KA(Ket Augmentation)算法和OKA算法都可以实现用高阶低维频谱张量 \mathbf{X} 表示低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} ,也就是对数据的重新排列组合. KA算法不允许相邻块间元素重叠,对张量的大小要求严格. 例如对于3阶频谱张量 $\mathbf{Z} \in \mathbb{R}^{P \times Q \times K}$ 使用KA算法表示为 $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N \times K}$,

其中, $P = \prod_{l=1}^N J_l^a, Q = \prod_{l=1}^N J_l^b, I_l = J_l^a J_l^b, l = 1, 2, \dots, N$.

为了消除由KA引起的块伪影,考虑使用OKA算

法. 与KA算法不同,OKA算法允许相邻块间元素重叠,如图1所示. 5×19 的频谱矩阵在第一次分割时,使用 3×7 的分割框且允许相邻分割框之间一个元素重叠,得到 $3 \times 7 \times 6$ 的三阶张量,在第二次分割时,使用 2×3 的分割框且允许相邻分割框之间一个元素重叠,得到 $6 \times 6 \times 6$ 的三阶张量,从而实现用高阶低维张量 $6 \times 6 \times 6$ 表示低阶高维张量 5×19 .

3.2 TT-PMF张量补全算法

通过上述OKA算法,将低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 的补全问题转换为对高阶低维频谱张量 \mathbf{X} 的补全问题. 在实际通信场景中,信号功率具有非负性,因此在目标函数中增加非负性约束. 本节采用并行矩阵分解(Parallel Matrix Factorization, PMF)算法实现张量低秩补全. 故已知元素 $(i_1, i_2, \dots, i_N) \in \Omega \subset (1, \dots, I_1) \times (1, \dots, I_2) \times \cdots \times (1, \dots, I_N)$ 的频谱张量补全问题可以表述为式(7):

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{V}_\kappa, \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}} & \sum_{\kappa=1}^{\mathfrak{q}} \frac{\alpha_\kappa}{2} \left\| \mathbf{U}_\kappa \mathbf{V}_\kappa - \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]} \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} & \hat{\mathbf{X}}(i_1, i_2, \dots, i_N) = \mathbf{X}(i_1, i_2, \dots, i_N), \\ & \forall (i_1, i_2, \dots, i_N) \in \Omega, (\mathbf{U}_\kappa)_{rs} \geq 0, (\mathbf{V}_\kappa)_{rs} \geq 0, \\ & \kappa = 1, 2, \dots, \mathfrak{q}, r \in \mathbb{N}, s \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{U}_\kappa \in \mathbb{R}^{\prod_{j=1}^{\kappa} I_j \times r_\kappa}, \mathbf{V}_\kappa \in \mathbb{R}^{r_\kappa \times \prod_{j=\kappa+1}^N I_j}$ 为矩阵 $\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}$ 的因子频谱矩阵, $(\mathbf{U}_\kappa)_{rs}, (\mathbf{V}_\kappa)_{rs}$ 分别为矩阵 $\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{V}_\kappa$ 中的元素, \mathfrak{q} 为频谱张量 $\hat{\mathbf{X}}$ 的TT矩阵化种类数量, α_κ 为 $\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}$ 折叠操作生成张量 $\tilde{\mathbf{X}} = \text{fold}(\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]})$ 占估计频谱张量 $\hat{\mathbf{X}}$ 的权重, $\sum_{\kappa=1}^{\mathfrak{q}} \alpha_\kappa = 1$,

$\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]} \in \mathbb{R}^{\prod_{j=1}^{\kappa} I_j \times \prod_{j=\kappa+1}^N I_j}$ 为 N 阶频谱张量 $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \cdots \times I_N}$ 采用TT矩阵化的Mode- κ 形式,如式(8)所示:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]} & \left(i_1 + \sum_{\ell=2}^{\kappa} (i_\ell - 1) J_\ell, i_{\kappa+1} + \sum_{\ell=\kappa+2}^N (i_\ell - 1) J_\ell \right) \\ & = \hat{\mathbf{X}}(i_1, i_2, \dots, i_N) \end{aligned} \quad (8)$$

这里, $J_\ell = \prod_{m=1}^{\ell-1} I_m, \ell = 2, \dots, \kappa, \hat{J}_\ell = \prod_{m=\kappa+1}^{\ell-1} I_m, \ell \geq \kappa + 2, \dots, N$.

采用块坐标下降法,通过对不同组 $\{\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{V}_\kappa, \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}\}$ 变量进行交替优化计算式(7),得到等价的张量补全问题表述:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{U}_\kappa, \mathbf{V}_\kappa, \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}} & \left\| \mathbf{U}_\kappa \mathbf{V}_\kappa - \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]} \right\|_F^2 \\ \text{s.t.} & (\mathbf{U}_\kappa)_{rs} \geq 0, (\mathbf{V}_\kappa)_{rs} \geq 0, \kappa = 1, 2, \dots, \mathfrak{q}, r \in \mathbb{N}, s \in \mathbb{N} \end{aligned} \quad (9)$$

根据式(9)对因子矩阵 \mathbf{U}_κ^ℓ 和 \mathbf{V}_κ^ℓ 求偏导并令其为0,得到

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top - \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top & = 0, \\ (\mathbf{U}_\kappa^\ell)^\top \mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - (\mathbf{U}_\kappa^\ell)^\top \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell & = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

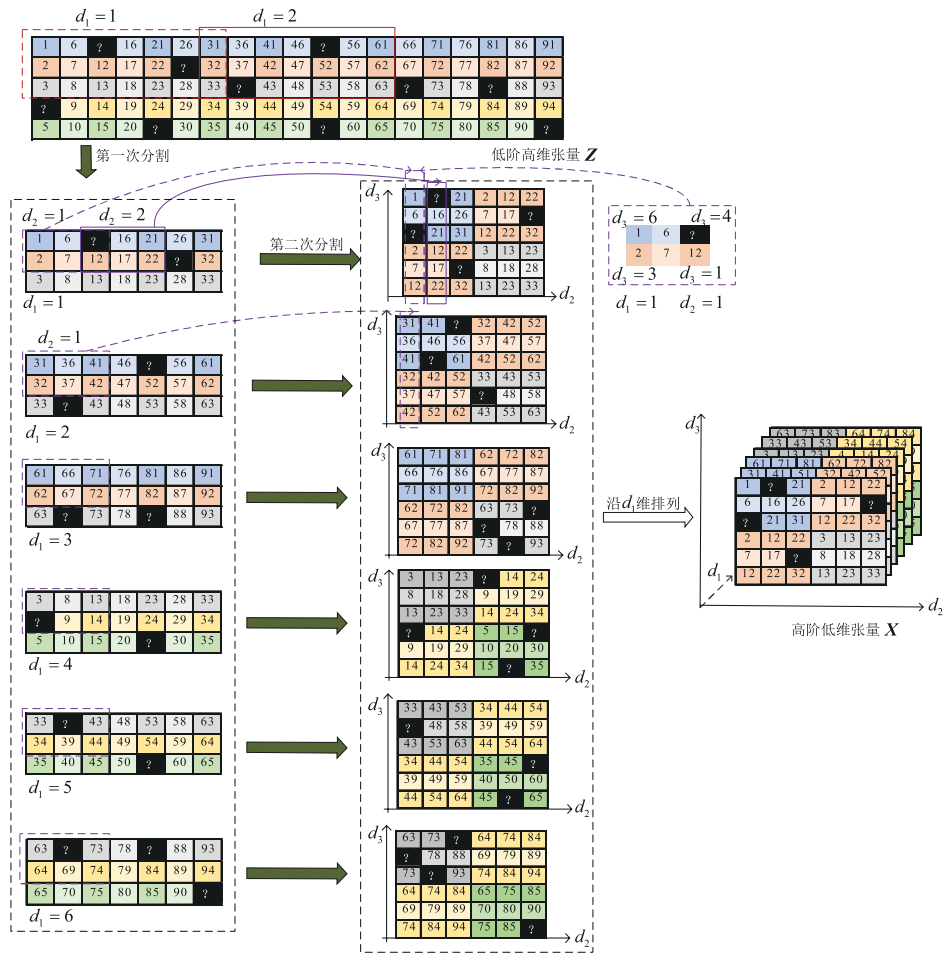


图1 用OKA算法将低阶高维频谱张量 5×19 表示为高阶低维频谱张量 $6 \times 6 \times 6$ 过程

从而得到第 $\ell+1$ 次迭代的因子频谱矩阵:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} &= \left[\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top (\mathbf{V}_\kappa^\ell (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top)^\dagger \right]_+ \\
 \mathbf{V}_\kappa^{\ell+1} &= \left[((\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\dagger (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell \right]_+
 \end{aligned} \tag{11}$$

其中, $[\cdot]_+$ 表示非负投影, 将矩阵中的负数元素投影至 0, 符号 \dagger 表示伪逆操作. 根据式(11), 可以得到

$$\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^{\ell+1} = \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^{\ell+1} \tag{12}$$

进而, 最终估计的频谱张量 $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}$ 由式(13)获得

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}(i_1, i_2, \dots, i_N) &= \sum_{\kappa=1}^q \alpha_\kappa \text{fold}(\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^{\ell+1})(i_1, i_2, \dots, i_N), \\
 \text{if } (i_1, i_2, \dots, i_N) &\notin \Omega
 \end{aligned} \tag{13}$$

综上所述, 在利用OKA算法将低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 表示为高阶低维频谱张量 \mathbf{X} , 并使用PMF算法完成数据补全后, 利用折叠操作和OKA算法的逆操作完成非平衡频谱张量的频谱制图, 如算法1所示. 经过分析对比发现, 相较于常用的Tucker矩阵化, TT矩阵化可以获得更平衡的矩阵, 进而在维度较平衡条件下提高张量补全算法的性能, 因此本文采用TT矩阵化.

3.3 基于F范数的SVDFree张量补全算法

上述TT-PMF算法在对高阶低维频谱张量 \mathbf{X} 补全时存在伪逆操作, 如式(11)所示. 本节进一步提出SVDFree张量补全算法. 在求解式(9)时, 在第 ℓ 次迭代中寻找因子频谱矩阵对 $(\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1}, \mathbf{V}_\kappa^{\ell+1})$, 使得

$$\begin{aligned}
 g(\mathbf{U}_\kappa^\ell, \mathbf{V}_\kappa^\ell, \mathbf{X}^\ell) &> g(\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1}, \mathbf{V}_\kappa^\ell, \mathbf{X}^\ell) \\
 &> g(\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1}, \mathbf{V}_\kappa^{\ell+1}, \mathbf{X}^\ell)
 \end{aligned} \tag{14}$$

其中, 频谱张量估计误差函数定义为 $g(\bullet) \triangleq \|\mathbf{U}_\kappa \mathbf{V}_\kappa - \mathbf{X}_{[\kappa]}\|^2$. 式(14)的第一行 \mathbf{U}_κ 迭代, \mathbf{V}_κ 不变, 相当于求式(15):

$$g_1(\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1}) < g_1(\mathbf{U}_\kappa^\ell) \tag{15}$$

其中, 因子频谱矩阵 \mathbf{U}_κ 在第 ℓ 次迭代时的估计误差函数定义为 $g_1(\mathbf{U}_\kappa) \triangleq \|\mathbf{U}_\kappa \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell\|^2$.

设置因子频谱矩阵 \mathbf{U}_κ^ℓ 的迭代增量为 Δ_κ , 即 $\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} = \mathbf{U}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa$ 时, 估计误差函数 $g_1(\mathbf{U}_\kappa + \Delta_\kappa)$ 为

$$\begin{aligned}
 g_1(\mathbf{U}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa) &= \left\| (\mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) + \Delta_\kappa \mathbf{V}_\kappa^\ell \right\|^2 \\
 &= g_1(\mathbf{U}_\kappa^\ell) + 2 \langle \mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell, \Delta_\kappa \mathbf{V}_\kappa^\ell \rangle \\
 &\quad + \|\Delta_\kappa \mathbf{V}_\kappa^\ell\|^2
 \end{aligned} \tag{16}$$

算法 1 TT-PMF 非平衡频谱制图算法输入: 低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 输出: 估计频谱张量 $\hat{\mathbf{Z}}$ 1: 使用 OKA 算法, 将低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 表示为高阶低维频谱张量 \mathbf{X} 2: 初始化因子频谱矩阵对 $\mathbf{U}_\kappa^0 \in \mathbb{R}^{\prod_{l=1}^{\kappa} I_l \times r_\kappa}$ 、 $\mathbf{V}_\kappa^0 \in \mathbb{R}^{r_\kappa \times \prod_{l=\kappa+1}^N I_l}$ 和权重 α_κ , $\kappa = 1, \dots, Q$ 3: $\hat{\mathbf{X}}^0(i_1, \dots, i_N) = \mathbf{X}(i_1, \dots, i_N), \forall (i_1, \dots, i_N) \in \Omega$ 4: for $\ell = 1:1:\text{MaxIter}$ 5: for $\kappa = 1:1:Q$ 6: 将频谱张量 $\hat{\mathbf{X}}^\ell$ 展开, 获得 $\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell \in \mathbb{R}^{(\prod_{l=1}^{\kappa} I_l) \times (\prod_{l=\kappa+1}^N I_l)}$ 7: $\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} = \left[\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top (\mathbf{V}_\kappa^\ell (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top)^\dagger \right]_+$ 8: $\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1} = \left[(\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\dagger (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell \right]_+$ 9: $\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^{\ell+1} = \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^{\ell+1}$

10: end

11: 更新频谱张量 $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}$:12: $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}(i_1, i_2, \dots, i_N) = \sum_{\kappa=1}^Q \alpha_\kappa \text{fold}(\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^{\ell+1})(i_1, i_2, \dots, i_N)$,if $(i_1, i_2, \dots, i_N) \notin \Omega$ 13: $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}(i_1, i_2, \dots, i_N) = \mathbf{X}(i_1, i_2, \dots, i_N)$,if $(i_1, i_2, \dots, i_N) \in \Omega$ 14: $\ell = \ell + 1$

15: end

16: $\hat{\mathbf{Z}}^{\ell+1}$ 执行 OKA 算法的逆操作, 获得估计频谱张量 $\hat{\mathbf{Z}} \in \mathbb{R}^{P \times Q \times K}$

设置因子频谱矩阵 \mathbf{U}_κ^ℓ 的迭代增量为 $\Delta_\kappa \triangleq -t_\kappa (\mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top$ 时, t_κ 为增量变化率, $g_1(\mathbf{U}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa)$ 为

$$g_1(\mathbf{U}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa) = g_1(\mathbf{U}_\kappa^\ell) + \eta_1(t_\kappa) \quad (17)$$

其中, 因子频谱矩阵 \mathbf{U}_κ 的估计误差迭代增量定义为

$$\eta_1(t_\kappa) \triangleq -2a_\kappa^\ell t_\kappa + b_\kappa^\ell (t_\kappa)^2 \quad (18)$$

$$0 < a_\kappa^\ell \triangleq \left\| (\mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top \right\|^2 \quad (19)$$

$$0 < b_\kappa^\ell \triangleq \left\| (\mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top \mathbf{V}_\kappa^\ell \right\|^2 \quad (20)$$

因此, 最优增量变化率为

$$t_\kappa^\ell \triangleq \underset{t_\kappa}{\text{argmin}} \eta_1(t_\kappa) = \frac{a_\kappa^\ell}{b_\kappa^\ell} \quad (21)$$

使得因子矩阵 $\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1}$ 的估计误差迭代增量为

$$\eta_1(t_\kappa^\ell) = -\frac{(a_\kappa^\ell)^2}{b_\kappa^\ell} < 0 \quad (22)$$

因此, 满足式 (15). 因子频谱矩阵 $\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1}$ 求解为

$$\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} = \left[\mathbf{U}_\kappa^\ell - t_\kappa^\ell (\mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) (\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top \right]_+ \quad (23)$$

其中, 增量变化率 t_κ^ℓ 的定义如式 (21) 所示.

类似地, 对于式 (14) 的第二行求因子频谱矩阵 \mathbf{V}_κ , 相当于求式 (24):

$$g_2(\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1}) < g_2(\mathbf{V}_\kappa^\ell) \quad (24)$$

其中, 因子频谱矩阵 \mathbf{V}_κ 在第 ℓ 次迭代时的估计误差函

数定义为 $g_2(\mathbf{V}_\kappa) \triangleq \left\| \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell \right\|^2$.

设置因子频谱矩阵 \mathbf{V}_κ^ℓ 的迭代增量为 Δ_κ , 即当 $\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1} = \mathbf{V}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa$ 时, 估计误差函数 $g_2(\mathbf{V}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa)$ 为

$$\begin{aligned} g_2(\mathbf{V}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa) &= \left\| (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) + \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \Delta_\kappa \right\|^2 \\ &= g_2(\mathbf{V}_\kappa^\ell) + \left\| \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \Delta_\kappa \right\|^2 \\ &\quad + 2 \left\langle (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell), \Delta_\kappa \right\rangle \end{aligned} \quad (25)$$

当因子频谱矩阵 \mathbf{V}_κ^ℓ 的迭代增量为 $\Delta_\kappa \triangleq -\tau_\kappa (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell)$ 时, 其中 τ_κ 为增量变化率, 估计误差函数 $g_2(\mathbf{V}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa)$ 为

$$g_2(\mathbf{V}_\kappa^\ell + \Delta_\kappa) = g_2(\mathbf{V}_\kappa^\ell) + \eta_2(\tau_\kappa) \quad (26)$$

其中, 因子频谱矩阵 $\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1}$ 的估计误差迭代增量定义为

$$\eta_2(\tau_\kappa) = -2\tilde{a}_\kappa^\ell \tau_\kappa + \tilde{b}_\kappa^\ell (\tau_\kappa)^2 \quad (27)$$

$$0 < \tilde{a}_\kappa^\ell \triangleq \left\| (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) \right\|^2 \quad (28)$$

$$0 < \tilde{b}_\kappa^\ell \triangleq \left\| \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) \right\|^2 \quad (29)$$

因此, 最优增量变化率为

$$\tau_\kappa^\ell \triangleq \underset{\tau_\kappa}{\text{argmin}} \eta_2(\tau_\kappa) = \frac{\tilde{a}_\kappa^\ell}{\tilde{b}_\kappa^\ell} \quad (30)$$

则因子频谱矩阵 $\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1}$ 的估计误差迭代增量为

$$\eta_2(\tau_\kappa^\ell) = -\frac{(\tilde{a}_\kappa^\ell)^2}{\tilde{b}_\kappa^\ell} < 0 \quad (31)$$

因此, 式 (24) 成立, 因子频谱矩阵 $\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1}$ 求解为

$$\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1} = \left[\mathbf{V}_\kappa^\ell - \tau_\kappa^\ell (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^\ell - \mathbf{X}_{[\kappa]}^\ell) \right]_+ \quad (32)$$

其中, 增量变化率 τ_κ^ℓ 的定义如式 (30) 所示.

综上所述, 由于 TT-PMF 算法在对非平衡频谱张量进行频谱制图时存在伪逆操作, 即在求解因子频谱矩阵对 \mathbf{U}_κ 和 \mathbf{V}_κ 时存在伪逆操作. 因此, 在使用 OKA 算法将低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 表示为高阶低维频谱张量 \mathbf{X} 后, 进一步提出使用 SVDFree 算法完成非平衡频谱张量的频谱制图. 由于所提 SVDFree 算法不存在伪逆操作, 降低了复杂度, 如算法 2 所示.

3.4 计算复杂度

在对频谱张量 $\hat{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 使用 TT 矩阵化得到 $m \times n$ 的矩阵后 (其中, $m = \prod_{\ell=1}^{\kappa} I_\ell$, $n = \prod_{\ell=\kappa+1}^N I_\ell$), TT-PMF 算法所需的计算复杂度为 $O(2r_\kappa^3 + 2r_\kappa^2(m+n) + 3r_\kappa mn)$, 而 SVDfree 算法所需的计算复杂度为 $O(r_\kappa mn)$, 因此 SVDFree 算法的计算复杂度更低. 例如在仿真中, $m = 126$, $n = 384$ 时, $r_\kappa = 56$, SVDFree 算法的计算复杂度仅占 TT-PMF 算法的 23.2%.

4 仿真结果及分析

在计算机仿真实验中, 假设在 $9 \times 55 \text{ m}^2$ 的目标地理

算法 2 基于 F 范数 SVDfree 的非平衡频谱制图算法输入: 低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 输出: 估计频谱张量 $\hat{\mathbf{Z}}$ 1: 使用 OKA 算法, 将低阶高维频谱张量 \mathbf{Z} 表示为高阶低维频谱张量 \mathbf{X} 2: 初始化因子频谱矩阵对 $\mathbf{U}_\kappa^0 \in \mathbb{R}^{\prod_{j=1}^{\ell} I_j \times r_\kappa}$ 、 $\mathbf{V}_\kappa^0 \in \mathbb{R}^{r_\kappa \times \prod_{j=\ell+1}^p I_j}$ 和权重 α_κ , $\kappa = 1, \dots, Q$ 3: $\hat{\mathbf{X}}^0(i_1, \dots, i_N) = \mathbf{X}(i_1, \dots, i_N), \forall (i_1, \dots, i_N) \in \Omega$ 4: for $\ell = 1:1:\text{MaxIter}$ 5: for $\kappa = 1:1:Q$ 6: 将频谱张量 $\hat{\mathbf{X}}^\ell$ 展开, 获得 $\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell \in \mathbb{R}^{\left(\prod_{j=1}^{\ell} I_j\right) \times \left(\prod_{j=\ell+1}^p I_j\right)}$ 7: $\mathbf{T} = (\mathbf{U}_\kappa^\ell \mathbf{V}_\kappa^\ell - \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell), \mathbf{T}_1 = \mathbf{T}(\mathbf{V}_\kappa^\ell)^\top$ 8: $a_\kappa^\ell = \|\mathbf{T}_1\|^2$ 9: $b_\kappa^\ell = \|\mathbf{T}_1 \mathbf{V}_\kappa^\ell\|^2$ 10: $t_\kappa^\ell = \frac{a_\kappa^\ell}{b_\kappa^\ell}$ 11: $\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} = [\mathbf{U}_\kappa^\ell - t_\kappa^\ell \mathbf{T}_1]_+$ %更新 \mathbf{U}_κ^ℓ 12: $\mathbf{T}_2 = (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^\ell - \hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell), \mathbf{T}_3 = (\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1})^\top \mathbf{T}_2$ 13: $\tilde{a}_\kappa^\ell = \|\mathbf{T}_3\|^2$ 14: $\tilde{b}_\kappa^\ell = \|\mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{T}_3\|^2$ 15: $\tau_\kappa^\ell = \frac{\tilde{a}_\kappa^\ell}{\tilde{b}_\kappa^\ell}$ 16: $\mathbf{V}_\kappa^{\ell+1} = [\mathbf{V}_\kappa^\ell - \tau_\kappa^\ell \mathbf{T}_3]_+$ %更新 \mathbf{V}_κ^ℓ 17: $\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^{\ell+1} = \mathbf{U}_\kappa^{\ell+1} \mathbf{V}_\kappa^{\ell+1}$ %更新 $\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^\ell$

18: end

19: 更新频谱张量 $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}$:20: $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}(i_1, i_2, \dots, i_N) = \sum_{\kappa=1}^Q \alpha_\kappa \text{fold}(\hat{\mathbf{X}}_{[\kappa]}^{\ell+1})(i_1, i_2, \dots, i_N)$ if $(i_1, i_2, \dots, i_N) \notin \Omega$ 21: $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}(i_1, i_2, \dots, i_N) = \mathbf{X}(i_1, i_2, \dots, i_N)$,if $(i_1, i_2, \dots, i_N) \in \Omega$ 22: $\ell = \ell + 1$

23: end

24: $\hat{\mathbf{X}}^{\ell+1}$ 执行 OKA 算法的逆操作, 获得估计频谱张量 $\hat{\mathbf{Z}} \in \mathbb{R}^{P \times Q \times K}$

区域中, 存在 $R=2$ 个辐射源, 目标频段数 $K=64$, 路径损耗指数 $\alpha=4$, 阴影衰落服从标准差 $\sigma_{\text{dB}}=2$ 的对数正态分布, 误差项 δ 为均值为 0、方差为 1 的加性高斯白噪声. 辐射源的信号功率谱密度 (Power Spectrum Density, PSD) 由若干个不同幅度的 $\text{sinc}^2(x)$ 经过平移缩放的方式叠加而成. 对于 $9 \times 55 \times 64$ 的三阶非平衡频谱张量, 使用 OKA 算法时在每次分割时允许相邻分割框之间一个元素重叠, 从而得到 $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 64$ 的 5 阶较平衡频谱张量.

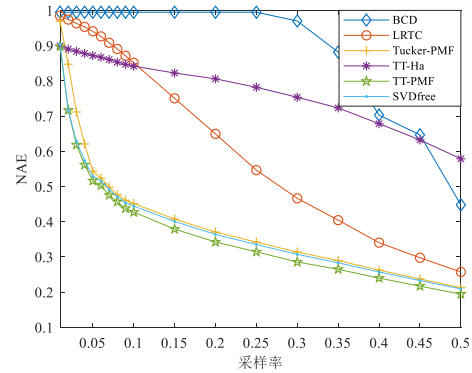
使用归一化绝对误差 (Normalized Absolute Error, NAE) 评估获得的估计频谱张量 $\hat{\mathbf{Z}}$, 如式 (33) 所示:

$$\text{NAE} = \frac{\sum_{k=1}^K \|\mathbf{Z}(:, :, k) - \hat{\mathbf{Z}}(:, :, k)\|}{\sum_{k=1}^K \|\mathbf{Z}(:, :, k)\|} \quad (33)$$

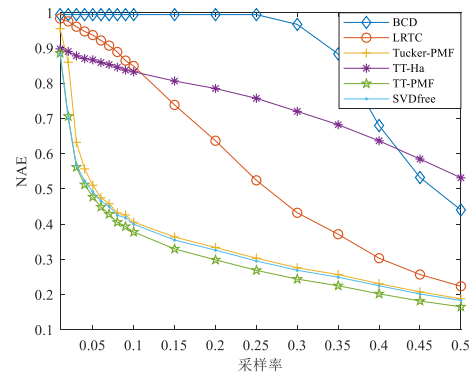
本文将所提算法与 4 种基线算法的性能进行对比. BCD^[17] 和 HaLRTC^[21] 是现有的典型张量补全算法. Tucker-PMF 算法和 TT-PMF 算法的区别在于采用 Tucker 矩阵化还是 TT 矩阵化. TT-Ha 算法和 TT-PMF 算法的区别在于 TT 矩阵化后, TT-Ha 使用 HaLRTC 算法实现张量补全.

图 2 为辐射源发射功率为 40 dBm 和 45 dBm 时, 在不同采样率 ρ 下的 NAE. 从图 2 中可以看出, 现有的 BCD 和 LRTC 算法在非平衡频谱张量时性能较差, 所提的 TT-PMF 算法性能最优. SVDfree 算法性能略逊于 TT-PMF 算法, 但其计算复杂度大大降低了. 由于 TT 矩阵化相比于 Tucker 矩阵化的矩阵更平衡, 因此 TT-PMF 算法的性能高于 Tucker-PMF 算法的性能. 对比 TT-Ha 算法和 TT-PMF 算法可知, PMF 算法可以获得更好的性能. 从图 2 也可以看出, 随着采样率的提高, 各个算法的性能都有所提升.

图 3 为采样率分别为 0.1 和 0.4 时, 辐射源发射功率



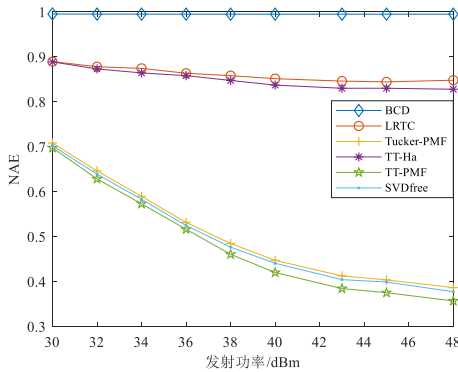
(a) 辐射源发射功率 40 dBm 时, NAE vs. 采样率



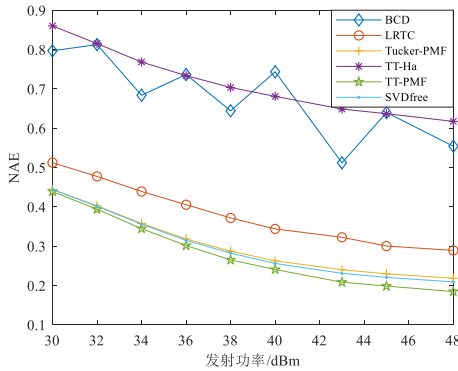
(b) 辐射源发射功率 45 dBm 时, NAE vs. 采样率

图 2 采样率不同时, 各个算法对应的 NAE

不同时各个算法对应的 NAE. 在低采样率时, 现有的 BCD 算法失效, TT-Ha 算法性能略高于 LRTC 算法. 在高采样率时, BCD 算法的性能起伏较大, 且性能差, LRTC 算法性能不佳. Tucker-PMF 性能均优于现有 BCD 和 LRTC 算法. 所提 TT-PMF 性能最优, SVDFree 算法性能略逊于 TT-PMF 算法, 但 SVDFree 算法计算复杂度较低.



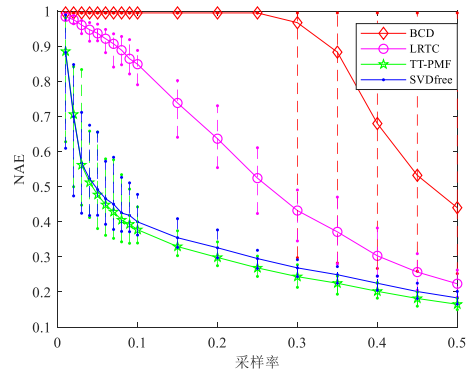
(a) 采样率为 0.1 时, NAE vs. 发射功率



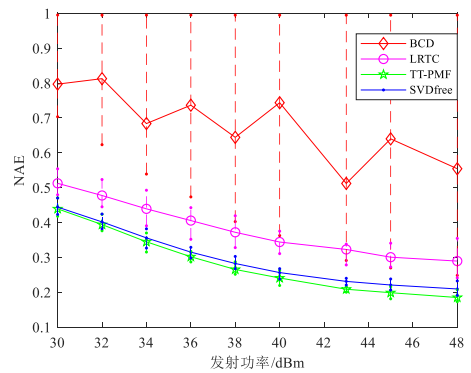
(b) 采样率为 0.4 时, NAE vs. 发射功率

图 3 辐射源发射功率不同时, 各个算法对应的 NAE

图 4(a) 为辐射源发送功率为 45 dBm, 不同采样率下的最小、平均、最大 NAE. 图 4(b) 为采样率为 0.4 时, 不同辐射源发射功率下的最小、平均、最大 NAE. 从图 4 可以看出, 现有 BCD 算法的 NAE 变化范围较大, 性能不稳定, 而 LRTC 算法和所提 TT-PMF、SVDFree 算法的 NAE 变化范围小, 性能稳定. LRTC 算法是利用观测样本 \mathbf{Z} 的低秩性进行补全的. BCD 算法将信号模型分解为 $\mathbf{Z}(i, j, k) = \sum_{r=1}^R \mathbf{S}_r(i, j) a_{rk} + \delta$, 其中, \mathbf{S}_r 为辐射源 r 的空间损耗场函数, 即 $\mathbf{S}_r(i, j) = \phi(\xi) f(\xi, v_r)$. 进一步地, BCD 算法利用 \mathbf{S}_r 的低秩性进行补全. 在处理非平衡张量的仿真过程中, 有时不满足上述条件, 导致 BCD 算法失效, 使得 BCD 算法的 NAE 变化范围较大.



(a) 辐射源发射功率 45 dBm 时, NAE vs. 采样率



(b) 采样率为 0.4 时, NAE vs. 发射功率

图 4 在不同采样率和发射功率下的最小、平均和最大 NAE

图 5 为辐射源发射功率为 45 dBm, 采样率 $\rho = 0.4$ 时, 真实频谱数据 $\mathbf{Z}(:, :, 7)$ 、采样频谱数据 $\mathbf{Z}(:, :, 7)$ 和估计的频谱数据 $\hat{\mathbf{Z}}(:, :, 7)$. 从图 5 中可以看出, 对于非平衡频谱张量, 相比现有的 LRTC 和 BCD 算法, 所提 TT-PMF 和 SVDFree 算法性能更优, 可以获得较准确的 RM. 从图 5 可以看出, BCD 算法的性能优于 LRTC 算法, 是由于 BCD 算法的 NAE 变化范围大, 性能可能优于 LRTC

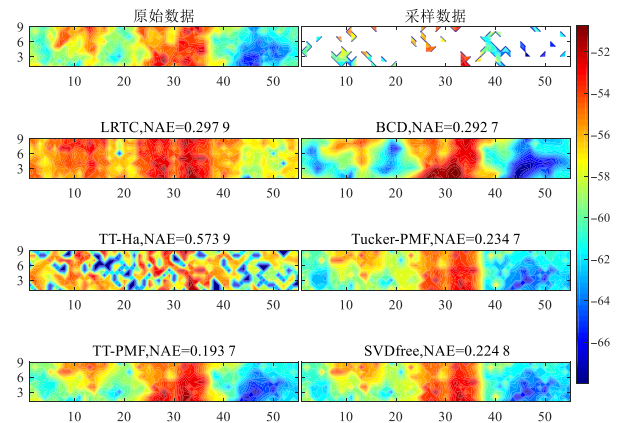


图 5 真实频谱数据、采样频谱数据与估计频谱数据

算法,如图4(b)所示.

表 1 给出了辐射源发射功率为 45 dBm,在不同非平衡度 μ 和采样率 ρ 下的 NAE. $5 \times 19 \times 64$ 和 $9 \times 55 \times 64$ 在进行 OKA 算法时,每次分割时允许一个元素重叠,分别获得的是 $6 \times 6 \times 6 \times 64$ 和 $6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 64$ 的高阶张量,而 $7 \times 25 \times 64$ 在进行 OKA 算法时,只在第

一次分割时允许一个元素重叠,获得 $6 \times 6 \times 6 \times 64$ 的高阶张量. 从表中可以看出,相较于其他算法,所提 TT-PMF 和 SVDFree 性能更优,但 SVDFree 算法计算复杂度更低. 从表中也可以看出,随着非平衡度 μ 的减小,算法的性能提高,随着采样率 ρ 的提高,算法的性能提高.

表 1 在不同 μ 和 ρ 下的 NAE

Z的大小	高阶张量	μ	ρ	LRTC	BCD	Tucker-PMF	TT-Ha	SVDFree	TT-PMF
$5 \times 19 \times 64$	$6 \times 6 \times 6 \times 64$	12.8	0.1	0.894 3	0.997 8	0.517 3	0.871 9	0.485 6	0.479 2
			0.4	0.394 8	0.325 2	0.253 9	0.663 8	0.247 6	0.227 3
$7 \times 25 \times 64$	$6 \times 6 \times 6 \times 64$	9.143	0.1	0.869 6	0.996 5	0.502 1	0.868 0	0.461 6	0.432 9
			0.4	0.364 0	0.305 4	0.242 6	0.647 1	0.237 7	0.218 0
$9 \times 55 \times 64$	$6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 64$	7.111	0.1	0.848 8	0.994 8	0.405 4	0.832 4	0.399 6	0.377 3
			0.4	0.297 9	0.292 7	0.234 7	0.573 9	0.224 8	0.193 7

5 结论

针对非平衡张量无法利用矩阵的低秩性估计完整的张量信息,导致张量补全算法性能下降的问题,本文首次提出基于 OKA 和张量 TT 矩阵化的频谱制图算法. 首先使用 OKA 算法将低阶高维频谱张量表示为高阶低维频谱张量,进而可以利用高阶低维频谱张量的低秩性完成张量补全. 采用 TT 矩阵化可以获得更为平衡的矩阵,相比 Tucker 矩阵化提高了算法性能. 仿真实验验证了在不同的采样率、辐射源发送功率以及张量非平衡度时,TT-PMF 算法和 SVDFree 算法均能达到较好的性能,可获得更精确的 RM. 值得说明的是,虽然 SVD-Free 算法性能较 TT-PMF 算法性能略为逊色,但 SVD-Free 算法具有更低的计算复杂度. 本文所提的非平衡张量补全算法可作为现实频谱制图的有效解决算法之一.

参考文献

- [1] 阮天宸, 吴启晖, 赵世瑾, 等. 认知学习: 电磁频谱空间机器学习新范式[J]. 电子学报, 2023, 51(6): 1430-1442.
RUAN T C, WU Q H, ZHAO S J, et al. Cognitive learning: A new paradigm for machine learning in electromagnetic spectrum environment[J]. Acta Electronica Sinica, 2023, 51(6): 1430-1442. (in Chinese)
- [2] BOCCOLINI G, HERNANDEZ-PENALOZA G, BEFERULL-LOZANO B. Wireless sensor network for spectrum cartography based on kriging interpolation[C]//2012 IEEE 23rd International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications - (PIMRC). Piscataway: IEEE, 2012: 1565-1570.
- [3] ZOU H, JIN M, JIANG H, et al. WinIPS: WiFi-based non-intrusive indoor positioning system with online radio map construction and adaptation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(12): 8118-8130.
- [4] YANG Q, HUANG Y F, YEN Y C, et al. Location based joint spectrum sensing and radio resource allocation in cognitive radio enabled LTE-U systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(3): 2967-2979.
- [5] SUAREZ RODRIGUEZ A C, HAIDER N, HE Y, et al. Network optimization in 5G networks: A radio environment map approach[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(10): 12043-12057.
- [6] SATO K, INAGE K, FUJII T. Modeling the kriging-aided spatial spectrum sharing over log-normal channels[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2019, 8(3): 749-752.
- [7] KATAGIRI K, SATO K, INAGE K, et al. Dynamic radio map using statistical hypothesis testing[J]. IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, 2021, 7(3): 752-766.
- [8] SATO K, SUTO K, INAGE K, et al. Space-frequency-interpolated radio map[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(1): 714-725.
- [9] 申滨, 王欣, 陈思吉, 等. 基于机器学习主用户发射模式分类的蜂窝认知无线网络频谱感知[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(1): 92-100.
SHEN B, WANG X, CHEN S J, et al. Machine learning based primary user transmit mode classification for spectrum sensing in cellular cognitive radio network[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(1): 92-100. (in Chinese)
- [10] WANG C Y, WU Y H, ZHOU F H, et al. Accurate spectrum map construction using an intelligent frequency-spa-

- tial reasoning approach[C]//IEEE Global Communications Conference. Piscataway: IEEE Press, 2022: 3460-3465.
- [11] SHRESTHA S, FU X, HONG M Y. Deep spectrum cartography: Completing radio map tensors using learned neural models[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2022, 70: 1170-1184.
- [12] RICCARDO G, ANNA M, SALVATORE R, et al. A survey of methods for explaining black box models[J]. ACM Computing Surveys, 2018, 51(5): 1-42.
- [13] LIU D W, SACCHI M D, CHEN W C. Efficient tensor completion methods for 5-D seismic data reconstruction: Low-rank tensor train and tensor ring[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 1-17.
- [14] 欧阳与点, 谢鲲, 谢高岗, 等. 面向大规模网络测量的数据恢复算法: 基于关联学习的张量填充[J]. 电子学报, 2022, 50(7): 1653-1663.
OUYANG Y D, XIE K, XIE G G, et al. A data recovery algorithm for large-scale network measurements: Association learning based tensor completion[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(7): 1653-1663. (in Chinese)
- [15] 梁秀霞, 夏曼曼, 何月阳, 等. 基于时空多头图注意力网络的交通流预测[J]. 电子学报, 2024, 52(2): 500-509.
LIANG X X, XIA M M, HE Y Y, et al. Traffic flow prediction based on spatio-temporal multi-head graph attention network[J]. Acta Electronica Sinica, 2024, 52(2): 500-509. (in Chinese)
- [16] 陈智博, 胡景明, 张邦宁, 等. 基于张量 Tucker 分解的频谱地图构建算法[J]. 电子与信息学报, 2023, 45(11): 4161-4169.
CHEN Z B, HU J M, ZHANG B N, et al. Spectrum map construction algorithm based on tensor tucker decomposition[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2023, 45(11): 4161-4169. (in Chinese)
- [17] ZHANG G Y, FU X, WANG J, et al. Spectrum cartography via coupled block-term tensor decomposition[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2020, 68: 3660-3675.
- [18] CHEN X N, WANG J, PENG Q H, et al. A constrained block-term tensor decomposition framework for spectrum cartography[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2022, 29: 1699-1703.
- [19] DING G R, WU F, WU Q H, et al. Robust online spectrum prediction with incomplete and corrupted historical observations[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(9): 8022-8036.
- [20] LI X, WANG X, SONG T C, et al. Robust online prediction of spectrum map with incomplete and corrupted observations[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2022, 21(12): 4583-4594.
- [21] LIU J, MUSIALSKI P, WONKA P, et al. Tensor completion for estimating missing values in visual data[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2013, 35(1): 208-220.
- [22] HOANG P M, TUAN H D, SON T T, et al. Learning unbalanced and sparse low-order tensors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2022, 70: 5624-5638.

作者简介



王欣女, 1992年1月出生于河南省南阳市. 现为重庆邮电大学通信与信息工程学院博士研究生. 主要研究方向为认知无线电和频谱制图.

E-mail: 1306182550@qq.com



申滨男, 1978年1月出生于贵州省兴义市. 现为重庆邮电大学通信与信息工程学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为认知无线电、信号处理、MIMO系统等.

E-mail: shenbin@cqupt.edu.cn



黄晓华女, 1982年出生于重庆市. 现为重庆邮电大学通信与信息工程学院教授, 博士生导师. 主要研究方向为移动通信技术、区块链、联邦学习等.

E-mail: huangxg@cqupt.edu.cn